4. $f : x \mapsto \dfrac{\cos\left(x^2-1\right)-1}{x^4-2x^2+1}$ en 1.

9 On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x)=\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)\sin x$.

1. Montrer que pour tout réel positif x, $f(x)=\dfrac{2\sin x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$.

2. Montrer que pour tout réel positif x, $|f(x)| \le \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

3. En déduire la limite de f en $+\infty$.

10 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ et on désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $-\infty$.

2. Montrer que la droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

11 Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x-2\right)$ et interpréter les résultats obtenus.

2. Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

12 Soit la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2-x+1}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan.

1. a. Déterminer l'ensemble D_f de définition de la fonction f.

b. Montrer que pour tout réel de D_f, $f(x)=\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}}$.

2. a. Montrer que la droite D d'équation $y = x-\dfrac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe de f en $+\infty$.

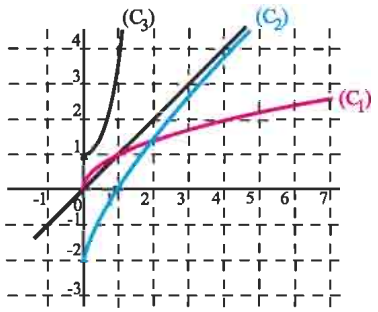
b. Etudier la position de la courbe de f par rapport à la droite D.

3. Etudier la nature de la branche infinie de C_f en $-\infty$.

4. Tracer C_f.

13 On a représenté trois fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par

$f(x)=x^2+1$, $g(x)=\sqrt{x}$ et $h(x)=x-\dfrac{2}{x+1}$.



1. Identifier pour chaque fonction sa courbe représentative.

2. Préciser pour chaque courbe la nature de sa branche infinie.

14 Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$. Déterminer la nature des branches infinies de la courbe de f dans chacun des cas ci-dessous.

1. $f : x \mapsto 2x-3\sqrt{x-1}$.

2. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}-\sqrt{x+2}$.

3. $f : x \mapsto x\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

15 Dans chacun des cas suivants, à l'aide des théorèmes de comparaison, étudier les limites en 0 de f.

1. $f : x \mapsto x\sin\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

2. $f : x \mapsto 1+x^2\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

3. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}+\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

16 Dans chacun des cas suivants, à l'aide des théorèmes de comparaison, étudier les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction f.

1. $f : x \mapsto \dfrac{2+\cos x}{x}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn